МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ
Кафедра Высшей математики

Одобрено на заседании
Ученого совета ИАТЭ НИЯУ
МИФИ
Протокол от 24.04.2023 No 23.4

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Линейная алгебра

для направления подготовки

12.03.01 Приборостроение

Образовательная программа:

Приборы и методы контроля качества и диагностики

Форма обучения: очная

г. Обнинск 2023 г.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения ООП для специалистов обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Коды компетенций	Результаты освоения ООП *Содержание компетенций**	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине**
ОПК-1	способность использовать базовые знания основных разделов математического анализа, алгебры, аналитической геометрии, математической логики, теории вероятностей и математической статистики, численных методов в будущей профессиональной деятельности	ЗНАТЬ: основные понятия и утверждения аналитической геометрии; УМЕТЬ: применять методы аналитической геометрии в стандартных постановках, давать содержательную интерпретацию результатов вычислений, их геометрическую интерпретацию, контролировать правильность вычислений; самостоятельно приобретать новые знания ВЛАДЕТЬ: основным понятийным аппаратом теории аналитической геометрии; навыками теоретического анализа полученных результатов;

2. Место дисциплины в структуре ООП для специалистов

Дисциплина «Линейная алгебра» входит в учебный план подготовки специалиста и относится к дисциплинам базовой части профессионального цикла. Дисциплина «Линейная алгебра» является основой для последующего изучения дисциплин «Дифференциальные уравнения», «Интегральные уравнения», «Комплексный анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Уравнения математической физики».

Дисциплина изучается на 1 курсе во втором семестре.

3. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с

преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины составляет 4 зачетных единицы (з.е.), 144 академических часов.

3.1. Объём дисциплины по видам учебных занятий (в часах)

Объем дисциплины	Всего часов	
	Очная форма обучения	Заочная форма обучения
Общая трудоемкость дисциплины	144	
Контактная* работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	64	
Аудиторная работа (всего**):	64	
в том числе:		
лекции	32	
семинары, практические занятия	32	
лабораторные работы		
Внеаудиторная работа (всего**):	26	
в том числе,		
Проработка материала	6	
Подготовка домашнего задания	10	
Выполнение ИДЗ	10	
Самостоятельная работа обучающихся** (всего)	26	
экзамен	54	

4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)

Для очной формы обучения

№ п/п	Наименование раздела /темы дисциплины	Общая трудоёмкость всего *(в часах)*	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость *(в часах)*	Формы текущего контроля успеваемости

			Аудиторные учебные занятия			СРО	
			Лек	Сем/Пр	Лаб		
1.	**Раздел 1. Матрицы, определители и системы линейных уравнений**	**16**	**8**	**8**		**8**	Контрольная работа № 1
1.1.	Тема 1.1. Матрицы и определители.	8	4	4		5	Индивидуальное домашнее задание. [8]: «Линейная алгебра»
1.2.	Тема 1.2. Системы линейных уравнений	8	4	4		3	
2.	**Раздел 2. Линейные пространства и подпространства, базис, координаты**	**16**	**8**	**8**		**6**	
2.1.	Тема 2.1. Линейные пространства. Базис и размерность. Переход от базиса к базису	8	4	4		3	Индивидуальное домашнее задание [8]: ««Линейная алгебра»
2.2.	Тема 2.2. Подпространства. Линейная оболочка. Сумма и пересечение подпространств..	8	4	4		3	
3.	**Раздел 3. Линейные операторы, собственные векторы.**	**16**	**8**	**8**		**6**	Контрольная работа № 2

3.1	Тема 3.1. Операторы и матрицы. Замена базиса.	8	4	4		3	
3.2.	Тема 3.2. Собственные векторы. Диагональный вид матрицы оператора.	8	4	4		3	Индивиду-альное домашнее задание [8]: «Линейная алгебра»
4	**Раздел 4. Евклидовы пространства, квадратичные формы**	**16**	**8**	**8**		**6**	Контрольная работа № 3
4.1	Тема 4.1. Евклидовы пространства.	6	3	3			
4.2	Тема 4.2. Операторы в евклидовых пространствах.	6	2	2		3	
4.3	Тема 4.3. Квадратичные формы и приложения.	6	3	3		3	Индивидуальное домашнее задание [8]: «Линейная алгебра»

Прим.: Лек – лекции, Сем/Пр – семинары, практические занятия, Лаб – лабораторные занятия, СРО – самостоятельная работа обучающихся

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам)

Лекционный курс

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1.	**Раздел 1. Матрицы, определители и системы линейных уравнений**	
1.1.	**Тема 1.1. Матрицы и определители.**	Матрицы, действия над матрицами (сложение, умножение на число, произведение двух матриц, транспонирование матрицы). Определитель квадратной матрицы n–го порядка. Перестановки. Инверсия. Четность инверсии, изменение четности при перестановке двух элементов. Теорема о знаке члена определителя. Свойства определителей. Минор. Алгебраическое дополнение. Разложения определителя по строке (столбцу). Методы вычисления определителей. *Литература* [2], гл. 1, §1-2, [3], гл. 5, §1,6; [13] стр. 38-43
1.2.	**Тема 1.2. Системы линейных уравнений.**	Обратная матрица. Условия существования. Нахождение обратной матрицы. Система n линейных уравнений с n неизвестными. Матричная запись. Правило Крамера. Ранг матрицы. Базисный минор. Теорема о базисном миноре. Элементарные преобразования и ранг матрицы. Теорема Кронекера Капелли. Общее решение системы. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса. Пространство решений однородной системы уравнений. Фундаментальная система решений. *Литература* [2], гл. 1, §3, гл. 3, §1-2 [3], гл.5, §1,4,6; [7] гл. 1 § 4,5,6,7,8,9,11 [13] стр. 43-53.
2.	**Раздел 2. Линейные пространства и подпространства, базис, координаты.**	
2.1.	**Тема 2.1. Линейные пространства. Базис и размерность. Переход от базиса к базису**	Линейные пространства. Примеры. Простейшие свойства. Линейная зависимость и независимость элементов линейного пространства. Базис. Координаты вектора в базисе. Размерность линейного пространства. Теоремы о размерности. Изоморфизм линейных пространств. Теорема об изоморфизме пространств одинаковой размерности. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису. *Литература* [2], гл. 2, §1-2,4 [7], гл. 2, §1-6

2.2.	**Тема 2.2. Подпространства. Линейная оболочка. Сумма и пересечение подпространств.**	Подпространства линейного пространства. Линейная оболочка векторов. Теорема о размерности линейной оболочки. Сумма и пересечение подпространств, теорема о связи их размерностей. Прямая сумма подпространств. *Литература* [2], гл. 2, §3, [7], гл. 2, § 7-9.
3.	**Раздел 3. Линейные операторы и матрицы, собственные векторы.**	
3.1.	**Тема3.1. Операторы и матрицы. Замена базиса.**	Линейный оператор. Матрица линейного оператора. Матричная запись оператора. Теорема о взаимно однозначном соответствии между матрицами и операторами. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Действия над линейными операторами: сложение, произведение на число. Пространство линейных операторов. Произведение операторов. Матрица произведения операторов. Обратимость операторов. Матрица обратного оператора. Условия существования обратного оператора. Ядро и образ линейного оператора. Ранг и дефект. Теорема о связи размерностей ядра и образа оператора с размерностью пространства. *Литература* [2], гл. 5, [7] гл. 2-3, [12] стр.3-11
3.2.	**Тема 3.2. Собственные векторы. Диагональный вид матрицы оператора.**	Инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен оператора. Линейная независимость собственных векторов, соответствующих различным собственным значениям. Условия существования базиса из собственных векторов (условия приводимости матрицы оператора к диагональному виду). *Литература* [2], гл. 5, § 2-3 [7], гл. 3, §7-9, [12], стр. 15-25
4	**Раздел 4. Евклидовы пространства, квадратичные формы.**	
4.1	**Тема 4.1. Евклидовы пространства.**	Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Норма (длина) элемента. Неравенство треугольника. Угол между элементами евклидова пространства. Ортогональные элементы. Изоморфизм пространств со скалярным произведением. Ортонормированный базис. Процесс

		ортогонализации Грама-Шмидта. Вид скалярного произведения в зависимости от выбора базиса. Свойства определителей Грама (определитель Грама линейно независимой системы векторов; неотрицательность определителя Грама). Приложения определителей Грама. Объем n – мерного параллелепипеда. Многомерная евклидова геометрия. Ортогональное дополнение. Разложение пространства со скалярным произведением в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения. *Литература* [2], гл. 4, §1-3, [7], гл. 4, §1,2, 3 [12] стр. 32-42
4.2	**Тема 4.2. Операторы в евклидовых пространствах.**	Сопряженный оператор в евклидовом пространстве. Самосопряженный оператор. Теорема о собственных значениях и собственных векторах, теорема о существовании ортонормированного базиса из собственных векторов. Ортогональный оператор: свойства, матрицы, примеры, собственные значения, теорема об общем виде оператора. *Литература* [7], гл. 5, §1-5, [12], стр.43-57 .
4.3	**Тема 4.3. Квадратичные формы и приложения.**	Билинейные формы в вещественном линейном пространстве. Квадратичная форма в вещественном линейном пространстве. Канонический и нормальный вид квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа. Закон инерции квадратичных форм. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Теорема о приведении квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием. Неоднородный многочлен второй степени от n переменных. Приведение уравнения поверхности второго порядка к каноническом виду. Классификация. *Литература* [2], гл.7, §1-7, [11], стр. 12-13, 15-42 [7], гл. 5, §1-5, [12] стр. 57-70

Практические/семинарские занятия

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1.	**Раздел 1. Матрицы, определители и системы линейных уравнений**	
1.1.	**Тема 1.1. Матрицы и определители.**	Действия с матрицами. Определитель матрицы. Обратная матрица, ранг матрицы. [6], 789-792, 797, 799, 804-806, 809, 822, 837, 840-842, 861-866, 188-190, 198, 202-204, 207, 208, 257-270, 274, 279-303, 305-307, 315, 322, 366-367, 608-612, 619-622.
1.2.	**Тема 1.2. Системы линейных уравнений**	Системы линейных уравнений. Формулы Крамера. Метод Гаусса. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. [6], 554-563, 567-570, 573, 574, 578-581, 724-732, 741-742, 698-702, 706-709.
2.	**Раздел 2. Линейные пространства и подпространства, базис, координаты**	
2.1.	**Тема 2.1. Линейные пространства. Базис и размерность.**	Линейные пространства. Размерность. Базис. Координаты вектора в базисе. Изменение координат вектора при переходе к новому базису.[6], 1285-1294, 1282-1284, 1277-1281, 1297-1300, 1303-1305, 1308.
2.2.	**Тема 2.2. Подпространства. Линейная оболочка. Сумма и пересечение подпространств.**	Линейная оболочка векторов. Применение ранга матрицы к исследованию линейной зависимости векторов и нахождению размерности подпространства. Размерность и базис суммы и пересечения подпространств.[6], 641-644, 665-669, 674-676, 680-681, 764-782, 1310-1313, 1317-1322
3.	**Раздел 3. Линейные операторы и матрицы, собственные векторы.**	
3.1.	**Тема3.1. Операторы и матрицы. Замена базиса.**	Линейный оператор. Матричная запись и матрица оператора. Изменение матрицы оператора при переходе к новому базису. Действия над операторами. [6], 1441-1444, 1434-1438, 1445, 1446, 1448-1450.
3.2.	**Тема 3.2. Собственные**	Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Приведение матрицы

	векторы. Диагональный вид матрицы оператора	линейного оператора к диагональному виду, базис из собственных векторов.[6], 1465-1474, 1479-1483.
4	**Раздел 4. Евклидовы пространства, квадратичные формы**	
4.1	**Тема 4.1. Евклидовы пространства.**	Пространства со скалярным произведением. Ортогонализация. Ортогональное дополнение, ортогональная составляющая. Измерение длин и углов. Матрица Грама.[6], 1357-1362, 1366, 1367, 1370-1374, 1385-1387, 1390, 1394-1395, 1400-1404.
4.2	**Тема 4.2. Операторы в евклидовых пространствах.**	Сопряженный, самосопряженный и ортогональный операторы.[6], 1541-1544, 1557-1558, 1585-1589, 1571, 1574.
4.3	**Тема 4.3. Квадратичные формы и приложения.**	Квадратичные формы. [6], 1175-1178, 1180-1185, 1190, 1243-1246, 1248-1255, 1212-1216, 1224-1226, 1231. Приведение уравнений кривых и поверхностей 2 порядка к каноническому виду. [4], 665, 666, 669, 674-677, 689-690.

Лабораторные занятия не предусмотрены

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Для самостоятельной работы рекомендована обучающая компьютерная программа «Открытая математика 2.5».

6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

6.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части) / и ее формулировка	Наименование оценочного средства

1.	Матрицы и системы линейных уравнений	ОПК-1 (знать,уметь)	Контрольная работа № 1
2.	Линейные пространства, операторы	УК-1, УК-2 (знать,уметь)	Контрольная работа №2
3.	Евклидовы пространства, квадратичные формы	УК-1, УК-2 (знать,уметь)	Контрольная работа № 3

6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы

6.2.1. Экзамен

а) типовые вопросы (задания):

1. Матрицы, действия над матрицами (сложение, умножение на число, произведение двух матриц, транспонирование матрицы).
2. Определитель квадратной матрицы n–го порядка. Свойства определителей. Минор. Алгебраическое дополнение. Разложения определителя по строке (столбцу). Теоремы замещения и аннулирования.
3. Обратная матрица. Условие существования. Нахождение обратной матрицы. Решение простейших матричных уравнений.
4. Ранг матрицы. Базисный минор. Линейная зависимость и независимость вектор строк (столбцов). Теорема о базисном миноре. Элементарные преобразования и ранг матрицы.
5. Системы линейных уравнений. Матричная и векторная запись системы. Системы совместные, несовместные, определенные, неопределенные. Система из n уравнений с n неизвестными. Теорема Крамера и формулы Крамера для решения квадратных систем.
6. Исследование совместности системы в терминах ранга матрицы. Теорема Кронекера - Капелли. Общее решение неоднородной системы. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
7. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений. Структура общего решения однородной и неоднородной системы.
8. Линейные пространства. Примеры. Линейная зависимость и независимость элементов линейного пространства Размерность и базис линейного пространства. Теорема о разложении по базису. Координаты вектора в данном базисе.
9. Матрица перехода от одного базиса к другому. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису.
10. Подпространства линейного пространства. Линейная оболочка векторов. Теорема о размерности линейной оболочки. Сумма и пересечение подпространств, теорема о связи их размерностей. Прямая сумма подпространств.
11. Линейный оператор. Матрица линейного оператора. Матричная запись оператора. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.

12. Действия над линейными операторами: сложение, произведение на число. Произведение операторов. Матрица суммы и произведения операторов. Обратный оператор. Условие существования обратного оператора.
13. Ядро и образ линейного оператора. Ранг и дефект. Теорема о связи размерностей ядра и образа оператора с размерностью пространства.
14. Собственные значения и собственные вектора линейного оператора. Простейшие свойства. Характеристический многочлен оператора. Инвариантность характеристического многочлена. Алгоритм нахождения собственных векторов и собственных значений.
15. Оператор простой структуры. Необходимые и достаточные признаки. Приведение матрицы оператора простой структуры к диагональному виду. Каноническое разложение матрицы оператора простой структуры.
16. Евклидовы пространства. Примеры. Неравенство Коши-Буняковского. Норма (длина) вектора. Неравенство треугольника. Угол между векторами евклидова пространства.
17.Ортогональная и ортонормированная системы векторов. Теорема Пифагора. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Теорема о существовании ортонормированного базиса в евклидовом пространстве.
18. Координаты и скалярное произведение в ортонормированном базисе Матрица и определитель Грама системы векторов. Объем n –мерного параллелепипеда.
19. Ортогональное дополнение подпространства. Разложение евклидова пространства в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения. Нахождение ортогональной проекции и ортогональной составляющей.
20. Сопряженный и самосопряженный оператор в евклидовом пространстве. Свойства собственных векторов и собственных значений самосопряженного оператора. Теорема о существовании ортонормированного базиса из собственных векторов.
21. Ортогональная матрица и ортогональный оператор в евклидовом пространстве. Основные свойства.
22. Квадратичная форма. Матрица и матричная запись квадратичной формы. Канонический и нормальный вид квадратичной формы. Преобразование матрицы формы при невырожденной линейной замене переменных. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа.
23. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием. Закон инерции квадратичных форм.
24. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Приложение к исследованию на экстремум функций многих переменных.
25. Приложение квадратичных форм к исследованию кривых второго порядка. Алгоритм приведения общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. Основная теорема о кривых второго порядка.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):
Студент считается допущенным к сдаче экзамена при условии выполнения им программы дисциплины и получения за работу не менее 35 баллов согласно

рейтинговой системе. На экзамене студентам предлагается ответить на два теоретических вопроса и решить две задачи из разных разделов программы.
в) описание шкалы оценивания:
Ответ студента на экзамене согласно рейтинговой системе оценивается в интервале 20–40 баллов. Для сдачи экзамена необходимо набрать суммарно не менее 60 баллов. Экзаменационная оценка выставляется в соответствии с таблицей:

Таблица пересчета итогового рейтингового балла в 5-бальную оценку		
Итоговый рейтинговый балл	5-бальная оценка	Оценка по ECTS
90–100	отлично	A
85–89	очень хорошо	B
75–84	хорошо	C
65–74	удовлетворительно	D
60–64	посредственно	E
< 60	неудовлетворительно	F

6.2.2. Наименование оценочного средства. Рейтинговая контрольная работа №1

а) типовые задания (вопросы) - образец:

Вариант 1

1. Выполнить действие:
$$\begin{pmatrix} 111 \\ 022 \\ 001 \end{pmatrix}^T \times \begin{pmatrix} 42 \\ 31 \\ 20 \end{pmatrix}$$

2. Найти определитель
$$\begin{vmatrix} 7 & 6 & 3 & 7 \\ 1 & 5 & 7 & 1 \\ 0 & 4 & 3 & 0 \\ 0 & 6 & 5 & 0 \end{vmatrix}$$

3. Найти ранг матрицы
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 4 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Найти обратную матрицу
$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы
$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

Вариант 2

1. Выполнить действие:

$$\begin{pmatrix} 2 2 \\ 0 2 \\ 0 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Найти определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 6 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & 7 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & 0 \\ 5 & 6 & 5 & 4 \end{vmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение

$$X \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Найти обратную матрицу

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Найти общее решение неоднородной системы, построить Ф.С.Р. однородной системы

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

б) критерии оценивания компетенций (результатов):
Контрольная работа считается выполненной при условии правильного решения не менее 4 предложенных заданий одного из вариантов.
в) описание шкалы оценивания:
Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 20 баллами: задание (1,2) – 3 балла; задания (3 –5) каждое –4 балла.

6.2.3. Наименование оценочного средства. Рейтинговая контрольная работа №2

а) типовые задания (вопросы) - образец:

Вариант 1

1. (5) Найти координаты вектора $x = (7,-5)$ в базисе e_1', e_2', если он задан в базисе e_1, e_2: $e_1' = e_1 + e_2$, $e_2' = \frac{4}{5}e_1 - e_2$.

2. (5) Найти матрицу, область значений и ядро оператора зеркального отражения относительно плоскости $y - x = 0$.

3. (5)Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

4. (5)Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы при переходе к другому базису.

Вариант 2

1. (5)Найти координаты вектора x в базисе (e_1', e_2'), если он задан в базисе (e_1, e_2): $e_1' = e_1 + e_2$, $e_2' = e_1 - 2e_2$, $x = (7,-5)$.

2. (5) Найти область значений и ядро линейного оператора $f: X \to X$, заданного в некотором базисе $e_1, e_2\ e_3$ матрицей. $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

3. (5)Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

4. (5) Размерность и базис линейного пространства. Теорема о разложении по базису.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):
Контрольная работа считается выполненной при условии правильного решения не менее 5 предложенных заданий одного из вариантов.
в) описание шкалы оценивания:
Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 20 баллами: все задания по пять баллов

6.2.4. Наименование оценочного средства. Рейтинговая контрольная работа №3

ВАРИАНТ № 1

1. Ортогонализовать векторы: $\vec{f}_1 = (2,1,0)$, $\vec{f}_2 = (1,-1,1)$.

2. Дополнить до ортогонального базиса систему векторов: $\vec{f}_1 = (2,1,1)$, $\vec{f}_2 = (1,1,3)$.

3.Построить ортонормированный базис из собственных векторов оператора $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$.

4. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}_1 = (2,-1,3)$, $\vec{a}_2 = (1,1,2)$ используя матрицу Грама.

5. Привести квадратичную форму $f(\vec{x}) = x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 + 4x_2x_3 - x_3^2$ к каноническому виду методом Лагранжа.

6. Найти ортогональную проекцию вектора $\vec{x} = (1,2-1)$ на подпространство L_1 с базисом
$\vec{a}_1 = (1,0,1)$, $\vec{a}_2 = (1,2,-2)$

7. Исследовать квадратичную форму $f(\vec{x}) = 5x_1^2 - 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 3x_2^2 - 4x_2x_3 + 3x_3^2$ на знакоопределённость.

8. Привести уравнение кривой $-4x^2 - 4y^2 + 2xy + 10x - 10y + 1 = 0$ к каноническому виду.

ВАРИАНТ № 2

1. Ортогонализовать векторы: $\vec{f}_1 = (1,1,0)$, $\vec{f}_2 = (1,-2,-1)$.

2. Найти размерность и базис ортогонального дополнения к линейной оболочке векторов:

$\vec{f}_1 = (1,1,1)$, $\vec{f}_2 = (1,-1,1)$.

3. Построить ортонормированный базис из собственных векторов оператора $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Найти площадь параллелограмма построенного на векторах $\vec{a}_1 = (2,-1,1)$, $\vec{a}_2 = (1,3,1)$, используя матрицу Грама.

5. Привести квадратичную форму $f(\vec{x}) = 4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2^2 + 8x_2x_3 + x_3^2$ к каноническому виду методом Лагранжа.

6. Привести квадратичную форму $f(\vec{x}) = 4x_1^2 - 18x_1x_2 + 4x_2^2$ к каноническому виду ортогональным преобразованием

7. Исследовать квадратичную форму $f(\vec{x}) = -8x_1^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 5x_2^2 + 2x_2x_3 - 6x_3^2$ на знакоопределённость.

8. Привести уравнение кривой $-2xy - 2x - 2y + 1 = 0$ к каноническому виду.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):
Контрольная работа считается выполненной при условии правильного решения не менее 5 предложенных заданий одного из вариантов.
в) описание шкалы оценивания:
Все решенные задания в каждом варианте суммарно оцениваются 15 баллами: задания (1 –4) каждое по 2 балла, задания (5-8) по 3 балла.

6.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Положение о рейтинговой системе оценки знаний студентов ИАТЭ. Обнинск 2007

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная учебная литература:

[1]. Ильин В. А. Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия : Учеб. для Вузов / В. А. Ильин, Э. Г. ; ред.: А. Н. Тихонов, В. А. Ильин, А. Г. Свешников. - 7-е изд., стер. - М. : Физматлит, 2012. - 224 с. - (Курс высшей математики и математической физики) (100 экз.)
[2]. Ильин В.А. Линейная алгебра: Учеб. для вузов/ В.А. Ильин, Э.Г. Позняк; Ред. А.Н. Тихонов. -6-е изд., стереотип. - М.: Наука. Физматлит, 2010.-320 с.. -(Курс высшей математики и математической физики; Вып. 4). Экземпляры: 100
[3]. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. Физматлит, 2007. (80 экз.)

[4]. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: Учебное пособие для втузов. Профессия: СПб , 2005. (302 экз.)
[5]. Линейная алгебра в примерах и задачах : учеб. пособие по курсу «Линейная алгебра» (для студентов 1 курса)/ Р. Х. Алмаев, Н. И. Кузьменко, В. В. Морозенко, О. Ф. Пятахин, А. Г. Слесарев. -Обнинск : ИАТЭ Ч. 1. -2008.-72 с. Экземпляры: 50.
[6]. Линейная алгебра в примерах и задачах : учеб. пособие по курсу «Линейная алгебра» (для студентов 1 курса)/ Р. Х. Алмаев, Н. И. Кузьменко, В. В. Морозенко, О. Ф. Пятахин, А. Г. Слесарев. - Обнинск : ИАТЭ Ч. 2. -2008.-84 с. Экземпляры: 50.
[7]. Головина Л.И. Линейная алгебра и некоторые приложения. М.: Наука, 1986. (74 экз.)
[8]. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчёты. М.: Высшая школа, 2005. (400 экз.) -- Кузнецов Л. А. Сборник заданий по высшей математике : типовые расчеты : учеб. пособие / Л. А. Кузнецов. - 12-е изд., испр. - СПб. : Лань, 2013. - 240 с. Экземпляры: 100.

б) дополнительная учебная литература:

[9]. Гельфанд И. М. Лекции по линейной алгебре / И. М. Гельфанд. - 7-е изд. - М. : Добросвет : КДУ, 2007. - 320 с. Экземпляры: ЧЗ(1)
[10]. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Учебник. Издательство Проспект. Издательство Московского университета, 2008
[11]. Плыкин Р.В. Королева Л.А. Геометрические приложения линейной алгебры. Учебное пособие. Обнинск, 1989. (98 экз.)
[12]. Плыкин Р.В. Королева Л.А. Конечномерные векторные пространства. Учебное пособие. Обнинск, 1989.(121 экз.)
[13]. Плыкин Р.В, Давыдова Р.Г. Введение в аналитическую геометрию и линейную алгебру. Учебное пособие. Обнинск. 1992. (112 экз.)
[14]. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. М.:Наука 1987 (240 экз.)
[15]. Бурмистрова Е. Б. Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии : учеб. пособие / Е. Б. Бурмистрова, С. Г. Лобанов. - 2-е изд., доп. - М. : ГУ ВШЭ, 2007. - 220 с. Экземпляры: ХР(1)

8. Перечень ресурсов* информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины

Находящиеся в сети «Интернет» в свободном доступе источники [1–4] из списка основной литературы.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Курс «Линейная алгебра» относится к числу базовых математических дисциплин. Он имеет важнейшее значение для успешного изучения всех последующих дисциплин, связанных с математикой, применением ее методов в профессиональной деятельности и предусмотренных учебным планом. Для изучения линейной алгебры требуется хорошее знание школьного курса алгебры, геометрии, тригонометрии, начал анализа. Поэтому на первых занятиях студентам даются задачи на повторение школьного курса геометрии (системы координат, вектора на плоскости и в пространстве). Образовательные технологии, применяемые при изучении дисциплины в аудитории (активные и интерактивные формы): лекции, семинары, консультации, индивидуальные работы, контрольные работы, экзамен, в том числе активные формы: проблемная лекция, лекция по готовому конспекту, мозговой штурм, решение типовых задач, занятия по решению проблемных и творческих задач, контрольно-корректирующие занятия. Допуск к экзамену выставляется только после защиты индивидуальных домашних заданий и сдачи контрольных работ.

Образовательные технологии, применяемые при организации внеаудиторной самостоятельной работы:

1. Самостоятельная работа с книгой и конспектом лекций.
2. Самостоятельная работа с Internet-ресурсами.
3. Самостоятельная работа по выполнению домашних работ.
4. Самостоятельная работа при подготовке к контрольным аудиторным работам.
5. Самостоятельная работа при подготовке к зачету и экзамену.

Для достаточного освоения теоретического материала по дисциплине «Линейная алгебра» студенты должны:

− ознакомиться с перечнем вопросов, относящихся к каждой теме и изучить их по конспекту лекций с учетом заметок в собственном конспекте лекций;
− выбрать источник из списка литературы, если по данной теме недостаточно материала в конспекте лекций;
− проверить полученные теоретические знания на основе результатов выполненных домашних заданий и контрольных работ.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Обучающая компьютерная программа «Открытая математика . Ознакомительная версия», свободный доступ в сети «Интернет». Рекомендуется для самостоятельной работы.

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Аудиторный и библиотечные фонды института.

12. Иные сведения и (или) материалы

12.1. Перечень образовательных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

12.2. Формы организации самостоятельной работы обучающихся (темы, выносимые для самостоятельного изучения; вопросы для самоконтроля; типовые задания для самопроверки

Тема 2 семестра для самостоятельного изучения: Введение в численные методы решения задач линейной алгебры (источник [2], глава 6)

Вопросы

1. Метод простой итерации решения линейных систем

2. Итерационный метод Зейделя решения линейных систем

3. Метод верхней релаксации.

4. Решение полной проблемы собственных значений методом вращений.

12.3. Краткий терминологический словарь

Представляет собой либо словарь терминов с их определениями объемом до трех-пяти страниц, либо упорядоченный по алфавиту перечень ключевых слов и понятий учебной дисциплины.

Матрицы, определители, ранг матрицы, обратная матрица, система линейных уравнений, совместные и несовместные системы, однородные системы, фундаментальная система решений, линейные пространства, размерность и базис пространства, разложение по базису, координаты вектора, линейные подпространства, линейная оболочка векторов, линейный оператор, матрица оператора, переход к другому базису, матрица перехода, алгебра операторов, обратный оператор, ранг и дефект оператора, ядро и образ оператора, инвариантные подпространства, собственные вектора и собственные значения, оператор простой структуры, характеристический многочлен оператора, евклидовы пространства, неравенство Коши- Буняковского, ортонормированные системы векторов, ортогонализация Грамма-Шмидта, ортогональное дополнение подпространства, самосопряженные операторы, квадратичные формы, приведение к каноническому виду, знакоопределенные формы, критерий Сильвестра, исследование кривых и поверхностей второго порядка, канонические уравнения кривых и поверхностей.

Программа составлена в соответствии с образовательным стандартом высшего образования НИЯУ МИФИ по направлению подготовки 12.03.01 Приборостроение.

Программу составил:

_________________ Калашник М.В., профессор кафедры ВМ, д.ф.-м.н., с.н.с

Рецензент:

___________________ Королева Л.А., доцент кафедры ВМ, к.ф.м.н.

Программа рассмотрена на заседании отделения ЯФиТ
(протокол № __1__ от «_31_»__августа___2020 г.)

Начальник отделения
Ядерной физики и технологий
____________ Д.С. Самохин
«_31_»_августа_ 2020 г.